Apellidos y nombre

Tema 6, 7 y 8: Números complejos, vectores, geometría analítica. MAT I 1 C. Rec

1. Halla las raíces siguientes y represéntalas gráficamente.

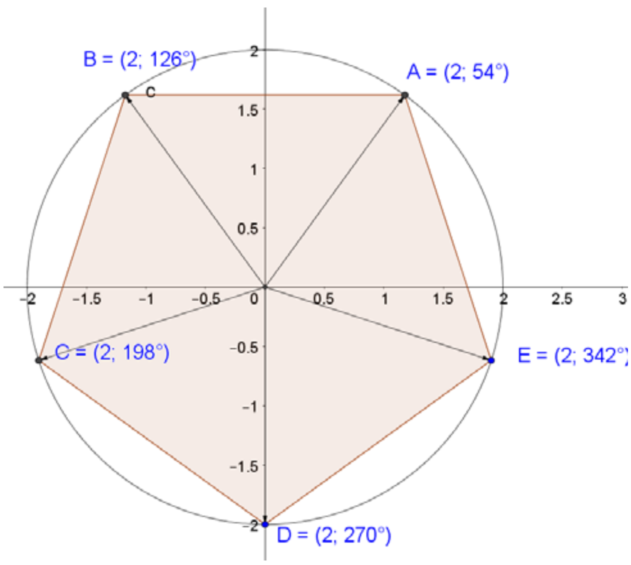
$$\sqrt[5]{\frac{32}{i}}$$

$$\frac{32}{i} = \frac{32_{0^\circ}}{1_{90^\circ}} = 32_{-90^\circ} = \boxed{32_{270^\circ}}$$

$$\sqrt[5]{32_{270^\circ}} = R_\alpha \ ; \quad R = \sqrt[5]{32} = 2$$

$$\alpha = \frac{270 + k \cdot 360}{5} = 54^\circ + k \cdot 72^\circ = \begin{cases} 54^\circ \\ 126^\circ \\ 198^\circ \\ 270^\circ \\ 342^\circ \end{cases}$$

Luego $\boxed{2_{54^\circ} ;\ 2_{126^\circ} ;\ 2_{198^\circ} ;\ 2_{270^\circ} ;\ 2_{342^\circ}}$



Apellidos y nombre

2. Dados los vectores: $\vec{a}\,(-1,\ 2)$ y $\vec{b}\,(3,\ 4)$. Hallar:

a) El ángulo que forman.

b) La proyección de $\vec{a}$ *sobre* $\vec{b}$

c) Hallar un vector $\vec{c}$ tal que $\vec{c} \perp \vec{a}$ y a la vez $\vec{c}\cdot\vec{b} = 5$.

d) Haz un dibujo de los vectores $\vec{a}$ y $\vec{b}$ y calcula el área del paralelogramo que determinan.

a) $\cos\alpha = \dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|} = \dfrac{(-1,2)(3,4)}{\sqrt{5}\cdot 5} = \dfrac{-3+8}{5\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$\alpha = \cos^{-1}\dfrac{\sqrt{5}}{5} = \boxed{63'43^\circ}$

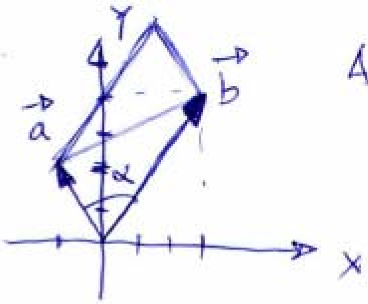
b) $pr_{\vec{b}}\,\vec{a} = \dfrac{|\vec{a}\cdot\vec{b}|}{|\vec{b}|} = \boxed{\dfrac{5}{5}}$ **= 1**

c) $\vec{c}(x,y)$; $\vec{c}\perp\vec{a}$: $(x,y)(-1,2) = -x+2y = 0$
$\vec{c}\cdot\vec{b} = 5$: $(x,y)(3,4) = 3x+4y = 5$

$$\begin{array}{r} -3x+6y=0 \\ 3x+4y=5 \\ \hline 10y=5 \end{array}$$

$y = \dfrac{5}{10} = \dfrac{1}{2}$; $x = 2y$; $x = 2\cdot\dfrac{1}{2} = 1$ $\boxed{\vec{c}\,(1,\ 1/2)}$

d)



$A_T = \dfrac{1}{2}\,|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot \operatorname{sen}\alpha =$

$= \dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{5}\cdot 5\cdot 0'89 = 5$

$A_p = 2\cdot 5 = \boxed{10}$

Apellidos y nombre

3. Un rombo tiene de vértices B (3, 1); C (0, –3) y D (–5, –3).

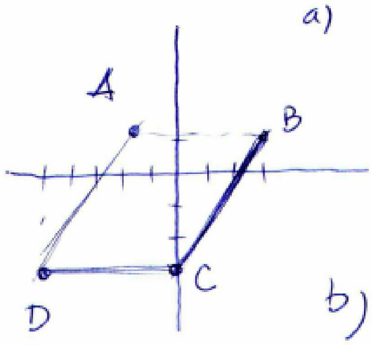
a) Calcula la longitud de sus lados.

b) Calcular el vértice que falta: A

c) Hallar los ángulos interiores del mismo.

d) Comprueba que sus diagonales son perpendiculares operativamente.

Nota: Te puede ayudar hacer un dibujo



a)

$$l = |\overrightarrow{BC}| = \sqrt{(-3)^2 + (-4)^2} = \boxed{5}$$

$$\overrightarrow{BC} = (0,-3) - (3,1) = (-3,-4)$$

b) $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$

$$\overrightarrow{DC} = (0,-3) - (-5,-3) = (5,0)$$

$$\overrightarrow{AB} = (3,1) - (x,y) = (3-x, 1-y)$$

$$(5,0) = (3-x, 1-y)$$

$5 = 3 - x$; $x = 3 - 5 = -2$

$0 = 1 - y$; $y = 1$

$\boxed{A(-2,1)}$

c) $\hat{A}$; $\cos \hat{A} = \dfrac{\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AD}| \cdot |\overrightarrow{AB}|} = \dfrac{(-3,-4)(5,0)}{5 \cdot 5} = \dfrac{-15}{25} = \dfrac{-3}{5}$

$\overrightarrow{AD} = (-5,-3) - (-2,1) = (-3,-4)$

$\overrightarrow{AB} = (3,1) - (-2,1) = (5,0)$

$\hat{A} = \cos^{-1} \dfrac{-3}{5} = \boxed{126'9^\circ}$

$\hat{B} = 180^\circ - 126'9^\circ = \boxed{53'1^\circ}$

d) $\overrightarrow{AC} = (0,-3) - (-2,1) = (2,-4)$

$\overrightarrow{BD} = (-5,-3) - (3,1) = (-8,-4)$

$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} = (2,-4)(-8,-4) =$

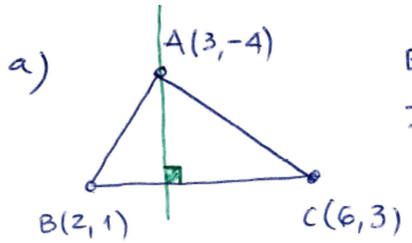
$= -16 + 16 = \boxed{0}$

Apellidos y nombre

4. Dado el triángulo A(3, -4); B(2, 1) y C(6, 3) calcula:

a) Ecuaciones paramétricas de la altura que pasa por A.
b) Ecuación vectorial de la mediana que pasa por A.
c) Ecuación general de la mediatriz del lado AB.
d) Área del triángulo ABC.

a)

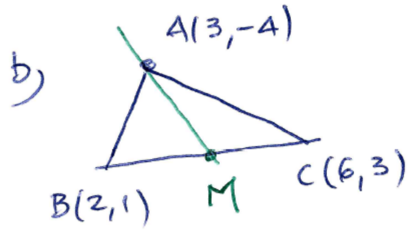


$\vec{BC} = (6,3)-(2,1) = (4,2) = \vec{n}$

$\vec{v} = (-2,4)$

$$\boxed{\begin{cases} x = 3-2t \\ y = -4+4t \end{cases}}$$

b)

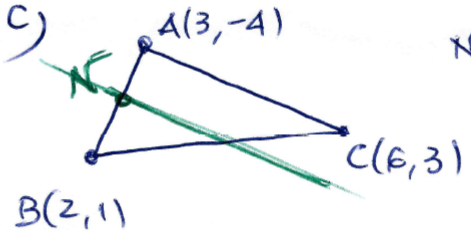


$M = \left(\frac{2+6}{2}, \frac{3+1}{2}\right) = (4,2)$

$\vec{u} = \vec{AM} = (4,2)-(3,-4) = (1,6)$

$$\boxed{(x,y) = (3,-4) + t(1,6)}$$

c)



$N\left(\frac{3+2}{2}, \frac{-4+1}{2}\right) = \left(\frac{5}{2}, \frac{-3}{2}\right)$

$\vec{AB} = (2,1)-(3,-4) = (-1,5) = \vec{n}$

$-x+5y+C=0$

$-\frac{5}{2} + 5\left(\frac{-3}{2}\right) + C = 0 \,;\; C = 10$

$$\boxed{-x+5y+10=0}$$

d) $A = \dfrac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \dfrac{2\sqrt{5} \cdot \frac{11}{\sqrt{5}}}{2} = \boxed{11\,u^2}$

$\text{base} = |\vec{BC}| = |(4,2)| = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2 \cdot \sqrt{5}$

$\text{altura} = d(A, r_{BC}) = \dfrac{|3-2\cdot(-4)|}{\sqrt{1+(-2)^2}} = \dfrac{11}{\sqrt{5}}$

$r_{BC}: \; B(2,1)$, $\vec{v} = (6,3)-(2,1) = (4,2)$ $\;\Big|\; 2x-4y+C=0 \,;\; 2\cdot 2 - 4\cdot 1 + C = 0$; $C=0 \,;\; 2x-4y=0 \,;\; \boxed{x-2y=0}$